

Roland Gähler und Anton Zeilinger

## Wellenoptische Experimente mit sehr kalten Neutronen<sup>1</sup>

Es wird über eine Reihe von Experimenten zu Präzisionsmessungen der Beugung langsamer Neutronen berichtet, die zu denen mit Licht analog sind: Beugung an einer absorbierenden Kante, an einem absorbierenden Draht und an Einzel- und Doppelspaltanordnungen. Abgesehen von ihrem didaktischen Wert liefern die experimentellen Ergebnisse Bestätigungen für die theoretischen Vorhersagen, die über einen Fresnel-Kirchhoff-Ansatz berechnet werden. Die Intensität in all diesen Experimenten war so gering, daß die Bildung der Interferenzmuster leicht Einzelneutron um Einzelneutron beobachtet werden konnte. Die Experimente werden in einer für die Lehre auf Studienanfängerniveau geeigneten Weise dargestellt und analysiert.

### 1. Einleitung

Einer der größten Erfolge der Physik in diesem Jahrhundert ist die Entdeckung der Wellennatur der Materie durch die experimentelle Arbeit von Davisson und Germer [1], eine Entdeckung, die übrigens unabhängig von den Anstößen durch Louis de Broglie [2] war. Heutzutage kennt man experimentelle Hinweise auf die Wellennatur der Materie im Überfluß, nichtsdestoweniger ist es immer wieder reizvoll und lehrreich, Beugung von Materiewellen an einfachen geometrischen Gebilden zu untersuchen. Der vorliegende Artikel macht es sich zur Aufgabe, einen Überblick über eine Reihe solcher Experimente [3] zu geben, die in den vergangenen Jahren mit kalten Neutronen durchgeführt worden sind, und sie in einer Weise darzustellen und zu analysieren, die für einen Physikanfängerkurs geeignet ist. Die Experimente sind in völliger Analogie mit den klassischen wellenoptischen Experimenten mit Licht: Beugung an einer absorbierenden Kante, an einem absorbierenden Draht und an Anordnungen mit Einfach- und Doppelspalten. Bei der Einführung von Schülern in die Wellennatur von Materie wird häufig die Elektronenbeugung an Kristallen als typischer experimenteller Nachweis vorgestellt. Wir möchten die Anregung geben, daß die Verwendung von Ergebnissen der hier vorgestellten Art einen Nachweis liefern wird, zu dem Schüler auf Anfängerniveau leichter Zugang finden, weil nur aus der Standardoptik beim Licht bereits bekannte Modelle zu ihrer Erklärung herangezogen werden. Die Experimente sind so elementar einfach, daß man sie im Unterricht sogar bei der Einführung des Beugungsphänomens selbst vorstellen könnte.

Die Experimente ergänzen auch vorausgehende analoge Untersuchungen mit Elektronen [4]. Im Vergleich zu Elektronen sind Experimente mit Neutronen besser für experimentelle Untersuchungen mit hoher Genauigkeit geeignet. Dies ist eine Folge aus der elektrischen Neutralität des Neutrons und der geringen Größe seines magnetischen Moments. Beide Eigenschaften bringen es mit sich, daß im Labor elektrische und magnetische Streufelder einen viel geringeren Störeinfluß auf Beugungsmuster haben und damit ein Präzisionsvergleich mit der Theorie leichter zu bewerkstelligen ist. Bemerkenswert ist, daß mit Elektronen das Doppelspaltexperiment bereits in den Fünf-

---

<sup>1</sup> Roland Gähler und Anton Zeilinger: Wave-optical experiments with very cold neutrons. In: Am. J. Phys. 59, 4 (1991), S.316–324. Aus dem Englischen übersetzt von Georg Theysohn. Mit freundlicher Genehmigung der Autoren.

zigen experimentelle Bestätigung gefunden hat [5], und es ist daher ziemlich irreführend, daß in vielen Lehrbüchern die Beugung von Elektronen an Doppelspaltanordnungen immer noch als ein Gedankenexperiment dargestellt ist. Seine zahlreichen experimentellen Realisierungen bleiben weitgehend ohne Beachtung, worauf bereits kürzlich hingewiesen wurde [6]. Heute gibt es eine bedeutende Tradition, was Experimente aus dem Bereich der Elektroneninterferometrie angeht [7], und wir können den interessierten Leser nur auf die Listen der hier zitierten Literaturstellen über die Artikel aus der jüngsten Vergangenheit verweisen. Eine Anzahl der Experimente mit Elektronen haben ausdrücklich gezeigt, daß das erhaltene Interferenzmuster unabhängig von der Intensität des Elektronenstrahls ist. Dies ist besonders interessant, wenn die Intensität so niedrig ist, daß man buchstäblich sehen kann, wie sich das Interferenzmuster auf einem Schirm aus der Anhäufung von einzelnen Lichtblitzen aufbaut, eine experimentelle Beobachtung, die bereits aus der frühen Experimentierphase der Elektroneninterferometrie bekannt ist.

Die Beschäftigung mit der Neutroneninterferometrie begann in der Mitte der Siebziger [8] und lieferte viele Veranschaulichungen und Nachweise fundamentaler Vorhersagen der Quantenmechanik [9]. Aus Gründen der technischen Begrenzung verfügbarer Neutronenquellen hat man Experimente auf dem Gebiet ursprünglich mit sogenannten thermischen Neutronen mit Wellenlängen um  $1 \text{ \AA}$  durchgeführt. Derartige Wellenlängen sind zu klein und führen nicht zu klar beobachtbaren Beugungseffekten der hier diskutierten Art. Die beachtliche Fortentwicklung der Quellen für sehr kalte Neutronen („very cold neutrons VCN“) im letzten Jahrzehnt hat zu einer bedeutenden Verbesserung der Intensitäten von langsameren, d. h. langwelligeren Neutronenstrahlen geführt und damit die vorliegende Arbeit möglich gemacht. Es ist für einen Schüler lehrreich zu bemerken, daß auch hier, wie in vielen Bereichen der experimentellen Naturwissenschaften, Fortschritte in der Grundlagenforschung eine Folge einer vorangegangenen technologischen Weiterentwicklung sind.

## 2. Experimenteller Aufbau und Ablauf

Von Anfang an war es Zweck unserer Experimente, eine Präzisionsmessung der Beugung von Neutronen an makroskopischen Objekten durchzuführen, deren Abmessungen durch eine unabhängige Beobachtung bestimmt werden können. Im Vergleich zu Elektronen erwächst ein Hauptvorteil von Neutronen bei solchen Präzisionsexperimenten aus ihrer elektrischen Neutralität. In der Folge werden Neutronen nur sehr schwach – auf Grund ihres kleinen magnetischen Moments – von Streufeldern im Labor beeinflußt. Dies mag teilweise auch eine Erklärung dafür sein, daß bis heute unseres Wissens kein Präzisionsvergleich zwischen einem beobachteten Elektronenbeugungsmuster und einer grundlegenden theoretischen Voraussage vorgenommen worden ist. Für Photonen gibt es eine Reihe solcher Experimente bis hin zu Beugung an Objekten mit sehr großen Ausmaßen [10].

Die Experimente wurden am Hochflußreaktor des Laue-Langevin-Instituts (ILL) in Grenoble durchgeführt, an der für solche Untersuchungen besten derzeit vorhandenen Neutronenquelle. In einem Kernreaktor haben die beim Spaltungsprozeß freigesetzten Neutronen Energien um  $2 \text{ MeV}$ , was Geschwindigkeiten um  $20\,000 \text{ km/s}$  entspricht. Diese Neutronen werden durch Stöße mit den Moderator-kernen auf thermische Ener-

gien abgebremst. Ihre Energieverteilung ist daher eine Maxwellverteilung mit einer Temperatur um 300 K, was wiederum Neutronengeschwindigkeiten  $v$  um 2 km/s und de-Broglie-Wellenlängen  $\lambda = h/(mv)$  um  $2 \text{ \AA}$  ( $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ) mit sich bringt. Solche Wellenlängen haben gerade die gleiche Größenordnung wie zwischenatomare Abstände in kondensierter Materie, und hierin liegen die Gründe für die breite Anwendung von Neutronen in Materialien. Neutronenstrahlen mit größeren Wellenlängen, wie sie für Experimente der hier geschilderten Art nötig sind, sind am ILL-Hochflußreaktor verfügbar, als würden sie aus einer kalten Quelle austreten. Die kalte Quelle des ILL ist ein Neutronenmoderator, bei dem das Moderatormaterial flüssiges Deuterium bei einer Temperatur von 25 K ist. Unser Experiment nutzt den gegenüber der üblichen Situation bei Zimmertemperatur vergrößerten Niedrig-Energie-Anteil der Maxwell-Verteilung bei dieser Temperatur.

Nachdem der Neutronenstrahl aus der kalten Quelle eine gebogene Führung passiert hat, tritt er in ein Prismenbrechungs-Monochromatorsystem ein (Abbildung 1). Dort legen der Spalt  $S_1$  mit variabler Breite und der  $100 \mu\text{m}$  breite Spalt  $S_2$  die Richtung des auf das Prisma treffenden Neutronenstrahls fest. Wegen der Dispersionseigenschaften des Prismenmediums (Quarzglas) wird die hinter dem Prisma austretende Neutronenstrahlung aufgefächert, wobei sich zwischen Wellenlänge und Richtung eine ganz analoge Beziehung wie für ein regenbogenfarbiges, aus einem Glasprisma austretendes Lichtstrahlungsfeld zeigt. Anders als bei Licht ist der Brechungsindex für Neutronen bei den meisten Materialien kleiner als eins. Folglich ist die Anordnung des Prismas in Abbildung 1 umgekehrt wie im vergleichbaren üblichen Fall mit Licht. Der  $20 \mu\text{m}$  breite Eintrittsspalt  $S_3$  auf der optischen Bank blendet dann Neutronen einer speziellen Wellenlänge aus dem hinter dem Prisma austretenden Strahlungsfeld aus. Der Spalt  $S_3$  dient ferner dazu, durch Beugung am Spalt die Breite der kohärenten Wellenfront in der Ebene des Objekts festzulegen, das nach einer weiteren Flugstrecke von 5 m angeordnet ist. Nach nochmals 5 m Flugstrecke passieren die Neutronen den  $20 \mu\text{m}$  breiten Abtast-Austrittsspalt  $S_4$  und treten in den Neutronendetektor ein. Der Eintrittsspalt  $S_3$ , der Abtastspalt  $S_4$  und das Beugungsobjekt wurden direkt von einer

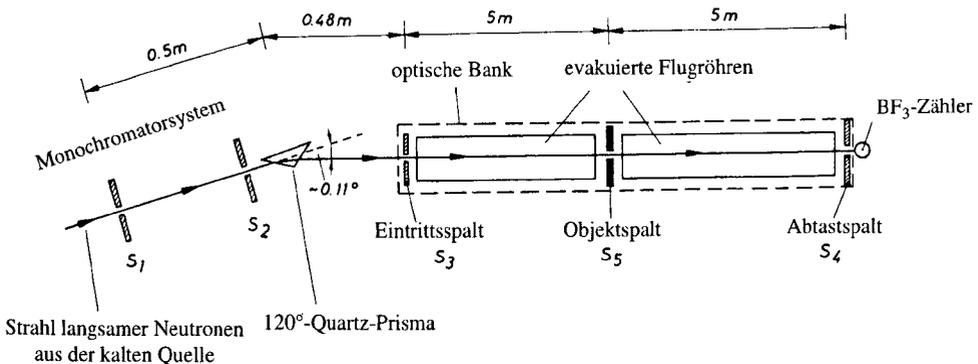
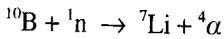


Abb. 1 Skizze des experimentellen Aufbaus (nicht maßstäblich). Die von der kalten Quelle kommenden Neutronen werden durch Brechung an einem Prisma monochromatisch zerlegt. Das Beugungsmuster, das durch das Beugungsobjekt (Objektspalt) erzeugt wird, wird dann gemessen, indem der Abtastspalt schrittweise durch die Beobachterebene bewegt wird.

optischen Bank getragen, die aus einer vorher ausgeglühten Stahlschiene von 10,5 m Länge bestand und thermisch von der Umgebung isoliert war, um thermische Verformungen zu minimieren.

Die Beugungsmuster wurden dann durch schrittweises Verschieben des Abtastspalts  $S_4$  über die Beobachtungsebene und durch Zählung der Anzahl der Neutronen, die durch diesen Abtastspalt in den Neutronendetektor durchgelassen wurden, ausgemessen. Der Detektor war eine Proportionalzähler-Kammer mit zugesetztem  $\text{BF}_3$ -Gas. Die Neutronen werden in den  $^{10}\text{B}$ -Kernen durch die Kernreaktion



absorbiert, wobei die Reaktionsprodukte schließlich die Ionisationen im Detektorgas verursachen. Es ist erwähnenswert, daß die Nachweisfähigkeit des Zählers durch Variation der Konzentration des  $\text{BF}_3$ -Gases eingestellt werden kann und daß annähernd 100 % Nachweisausbeute erreicht werden kann, prinzipiell so viel, wie man will. In unserem Experiment wurde die Ausbeute für die verwendeten sehr kalten Neutronen auf etwa 90 % eingestellt. Wegen des Umstands, daß in diesem Wellenlängenbereich der Absorptionswirkungsquerschnitt von Bor für Neutronen umgekehrt proportional zur Neutronengeschwindigkeit ist, bedeutet dies eine viel kleinere Empfindlichkeit für thermische Neutronen, die den Hauptanteil am Hintergrund ausmachen. Als Erfolg dieses Vorgehens und einer sorgfältigen Abschirmung des Detektors war die Hintergrundzählrate nicht größer als etwa 5 Neutronen pro Stunde!

Durch Drehen des Monochromatorprismas um seine vertikale Achse und/oder Verlegung des Spalts  $S_3$  konnte die Wellenlänge der Neutronen etwa zwischen 15 und 30 Å variiert werden. Es ist in der Neutronenphysik üblich, einem Neutronenstrahl eine Temperatur über die Beziehung  $kT = mv^2/2$  auch dann zuzuordnen, wenn der Strahl nicht mit einer Maxwell-Verteilung beschrieben werden kann [11]. Für unseren Strahl hätte dieses Vorgehen eine Temperatur von einigen Zehnteln Kelvin zum Ergebnis; deswegen werden solche Neutronen als sehr kalte Neutronen bezeichnet. Im Experiment wurden die Breite des Wellenlängenbandes durch Veränderung der Breite des Monochromatoreintrittsspalt  $S_1$  festgelegt. Die Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen wurde dann durch Messung ihrer Flugzeit über die gesamte Länge des optischen Aufbaus bestimmt. Die so gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen wurden schließlich unter Verwendung der de-Broglie-Beziehung  $\lambda = h/(mv)$  in der normalen nichtrelativistischen Form in Wellenlängenverteilungen umgerechnet.

Die genauen Werte sowohl der mittleren Wellenlänge als auch der benutzten Bandbreite wurden aus praktischen Gründen von Experiment zu Experiment variiert. Die mittlere Wellenlänge lag immer in der Größenordnung von 2 nm (oder 20 Å), und die volle Wellenlängenbandbreite wurde zwischen etwa 5 % und 15 % variiert. Alle diese Werte wurden mit einem Fehler von etwa 0,1 % bestimmt. Genauere Angaben für die speziellen Experimente werden an geeigneter Stelle noch genannt.

Alle Spaltanordnungen einschließlich des Beugungsobjekts (Abbildung 2) wurden unter Verwendung von Präzisionskantenstücken aufgebaut, die aus einem Spezialglas mit hohem Boranteil hergestellt waren, dem noch 10 %  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  zugesetzt worden waren, um die Neutronenabsorption zu erhöhen. Daher war das sich ergebende Glas für die in unserem Experiment benutzten Neutronen so gut wie schwarz.

Die Abmessungen der Beugungsobjekte wurden zuvor mit Hilfe eines Mikroskops bestimmt, das auf einem Objektisch mit umrechenbarem Mikrometer beweglich war.

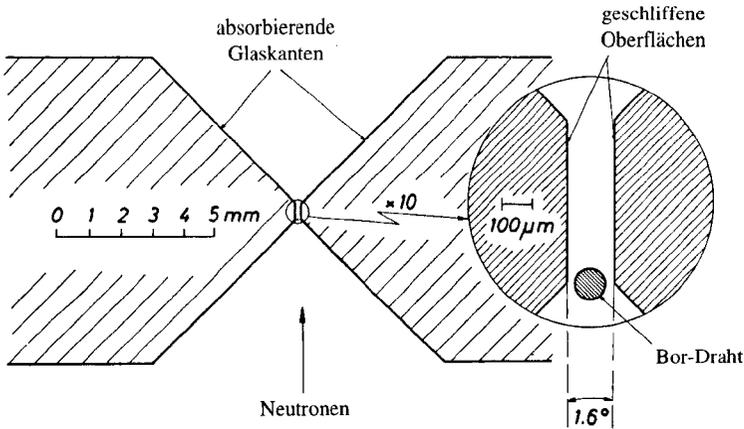


Abb. 2 Querschnitt durch eine Spaltanordnung. Ein Einzelspalt wird durch zwei absorbierende Glaskanten festgelegt, und einen Doppelspalt erhält man dann durch Aufhängen eines Drahtes in diesem Einzelspalt. Für das Experiment zur Beugung an einer Kante wurde nur eine Glaskante benutzt.

Dieses Vorgehen führte zu einem Fehler bei den Abmessungen, der typisch zwischen  $0,3$  und  $0,5 \mu\text{m}$  lag. Im Falle der Beugungsexperimente am Spalt wurde die Spaltbreite auch noch durch Messung der Dicke von Abstandsplättchen aus Stahl bestimmt, die benutzt wurden, um die lichte Spaltbreite festzustellen. Die bei diesen Vorgehensweisen ermittelten Ergebnisse waren miteinander in Einklang. Zu weiteren Details der Justierungs- und Meßverfahren und zu Überlegungen über die erreichte Genauigkeit verweisen wir den Leser auf unsere Originalveröffentlichungen [3].

In allen die Meßergebnisse darstellenden Abbildungen sind die wiedergegebenen Fehlerbalken gerade die Poisson-Standardabweichungen  $\sqrt{N}$ , wobei  $N$  die Gesamtzahl der für eine gegebene Stellung registrierten Neutronen ist. Die in allen Abbildungen durchgezogene Kurve ist jeweils das Ergebnis einer theoretischen Berechnung aus elementaren Modellen; die Einpassung wurde lediglich durch eine Normierung bewirkt, um die *Gesamtintensität* korrekt wiederzugeben. Die Berechnung wurde unter Verwendung des Formalismus' von Fresnel-Kirchhoff vorgenommen, wobei alle Eigenarten des experimentellen Aufbaus berücksichtigt wurden. Dies waren die gemessene Wellenlängenverteilung, die Winkeldivergenz der einfallenden Strahlung und die Breiten und Positionen aller im Experiment benutzten Spalte. Die Integration über letztere wurde kohärent ausgeführt, d.h. die Amplituden über verschiedene Wege wurden addiert und dann quadriert, um die Wahrscheinlichkeitsverteilung zu erhalten. Die Summierung über die Wellenlängenverteilung und über die ursprüngliche Richtungsdivergenz wurden inkohärent vorgenommen, d.h. die Intensitäten der Einzelverteilungen wurden addiert. Zu Einzelheiten der Berechnung sei der Leser auf unsere Originalveröffentlichungen [3] verwiesen.

Aus didaktischen Gründen werden wir im vorliegenden Artikel nur einfache Abschätzungen der Größenordnungen für die verschiedenen Eigenarten der Beugungsmuster wiedergeben, der Leser sollte sich jedoch bewußt bleiben, daß die in den Abbildungen dargestellten Kurven mit Hilfe eines vollständigen theoretischen Ansatzes erhalten wurden.

### 3. Beugung an einer absorbierenden Kante und an einem absorbierenden Draht

Das erste durchgeführte Experiment befaßte sich mit der Messung der Beugung an einer absorbierenden geraden Kante. Dieses Experiment hatte den Zweck, hypothetische nichtlineare Varianten der Schrödinger-Gleichung zu testen. Im Experiment fanden wir keinerlei Anzeichen solcher Nichtlinearitäten; dieses Ergebnis setzt jeder möglichen Abweichung von der üblichen linearen Quantenmechanik enge Grenzen. Abbildung 3 zeigt die gemessene Neutronenverteilung; man kann auf sehr einfache Weise ein charakteristisches Maß für das Beugungsmuster abschätzen, indem man das Ausmaß der ersten Fresnel-Zone für unser Experiment berechnet [12]. Dieses beträgt

$$Y_0 = \sqrt{\lambda L},$$

wobei  $L$  sowohl der Abstand vom Eintrittspalt zum Beugungsobjekt als auch der Abstand vom Beugungsobjekt zum Beobachtungsschirm ist, da in unserem Experiment diese beiden Abstände gleich sind. Mit  $L = 5 \text{ m}$  und der Neutronenwellenlänge  $\lambda = 2 \text{ nm}$  erhält man für die Abmessungen der ersten Fresnel-Zone den Wert  $Y_0 = 100 \mu\text{m}$ . In jedem Fresnel-Beugungsmuster gibt es zwei ausgeprägte Punkte. Einer davon ist der Punkt  $P_0$ , der gerade die Position der auf den Beobachtungsschirm projizierten Kante bezeichnet. Die Intensität in diesem Punkt beträgt genau 25% des Intensitätsniveaus ohne Kante, wobei letzteres mit der mittleren Intensität des Musters weit weg von der Kante für den Fall einer homogenen Bestrahlung äquivalent ist. Der zweite herausragende Punkt ist die Lage des ersten Beugungsmaximums. Aus der elementaren Beugungstheorie weiß man, daß die Entfernung  $Y$  zwischen diesen beiden Punkten gerade  $Y = 1,22 Y_0$  beträgt. Dies ist einwandfrei die richtige Abmessung für das in Abbildung 3 wiedergegebene Muster.

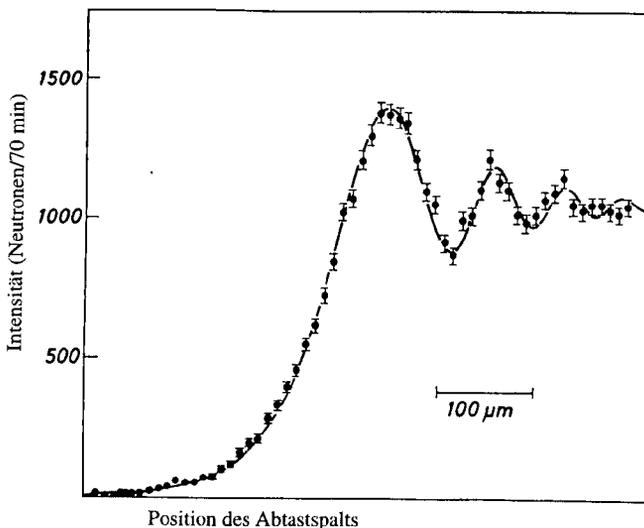


Abb. 3 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung an einer absorbierenden Kante. Hier wie auch in allen anderen Abbildungen gibt die durchgezogene Linie die theoretische Vorhersage wieder.

Beugung an einem absorbierenden Draht ist ein weiteres klassisches optisches Experiment. In unserem Fall benutzten wir einen Draht aus Bor mit einem Durchmesser von  $104\mu\text{m}$ . Bor ist für die Neutronen unserer Wellenlänge schwarz. Abbildung 4 zeigt das erhaltene Beugungsmuster, das auf den ersten Blick nichts als die Kombination zweier Fresnelscher Muster für die Beugung an einer Kante zu sein scheint, die sich aus der Beugung an den Kanten des Drahtes ergibt. Bei näherem Hinschauen aber lassen sich verschiedene Abweichungen von diesem Muster erkennen, die sich aus Interferenzen zwischen Amplituden ergeben, mit denen der Draht auf den verschiedenen zwei Seiten passiert wird. Die wichtigste Eigenart ist das kleine Maximum in der Mitte des Musters. Es ist der berühmte Poissonsche Fleck, dessen Existenz in einer *reductio-ad-absurdum*-Argumentation von Poisson gegen Fresnels Beugungstheorie vorgebracht und die von Arago [13] experimentell nachgewiesen worden ist. Wie man aus der Optik sehr wohl weiß, tritt dieser Fleck in der Mitte hinter jedem Beugungsobjekt auf, da symmetrische optische Wege, die längs der verschiedenen Seiten des Beugungsobjekts zu dieser Mitte führen, von gleicher Länge sind und daher ihre zugehörigen Amplituden konstruktiv interferieren. Es sei hier angemerkt, daß der Poissonsche Fleck sehr schön auch für Elektronenwellen nachgewiesen worden ist [14].

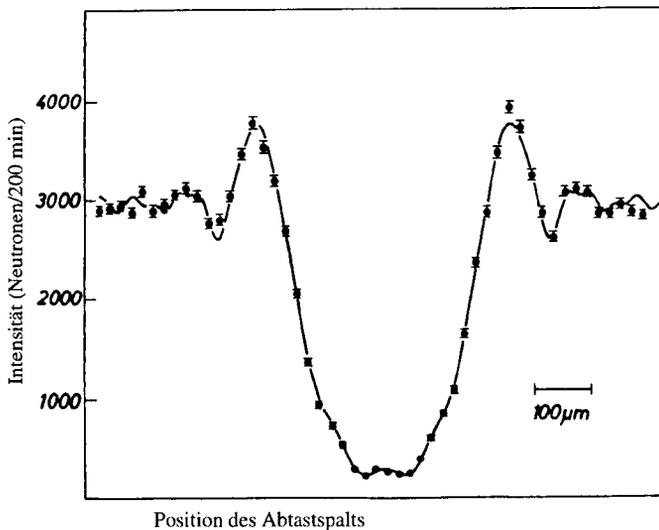


Abb. 4 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung an einem absorbierenden Draht. Man beachte das kleine Maximum in der Mitte des Musters. Dieses ist auf eine konstruktive Interferenz von Amplituden zurückzuführen, mit denen der Draht auf den zwei Seiten passiert wird.

#### 4. Beugung am Einzelspalt

Es wurden Experimente über die Beugung an zwei verschiedenen breiten Einzelspalten mit Neutronen von  $1926\text{ \AA}$  mittlerer Wellenlänge durchgeführt. Im ersten Experiment wurde eine Spaltbreite von  $93\mu\text{m}$  gewählt, um somit innerhalb des  $1\text{ mm}$  großen Ver-

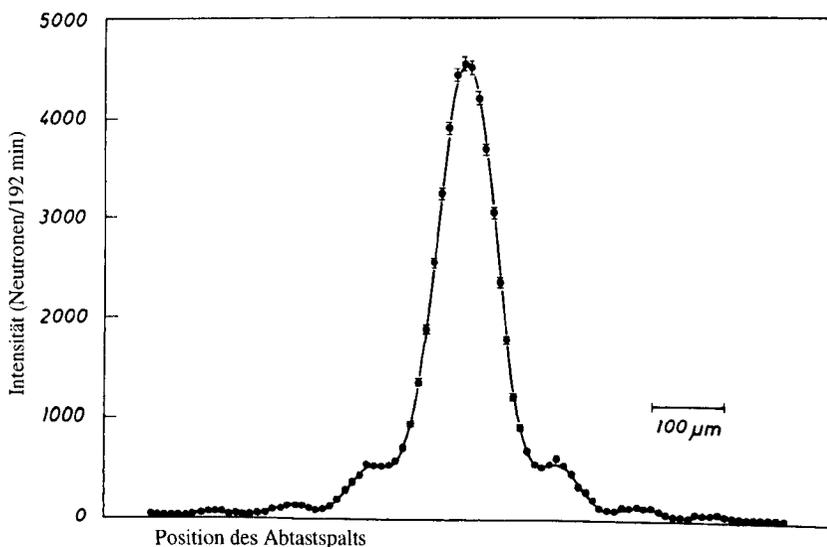


Abb. 5 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung an einem Einzelspalt von  $93\ \mu\text{m}$  Breite.

schiebebereichs des Abtastspalts auf jeder Seite des Zentralmaximums nullter Ordnung einige gut aufgelöste Beugungsmaxima zu erzeugen. Für einen solchen Spalt berechnet man in Fraunhofer-Näherung<sup>2</sup> für den Öffnungswinkel zwischen zwei Beugungsminima

$$\Delta\vartheta \approx \frac{\lambda/2}{\delta/2} = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{1,9 \cdot 10^{-9}\text{ m}}{9 \cdot 10^{-5}\text{ m}} = 2,1 \cdot 10^{-5}\text{ rad},$$

worin  $\delta$  die Spaltbreite ist. Nach einer Flugstrecke von 5 m Länge überträgt sich dies in einen Ortsabstand von  $105\ \mu\text{m}$  zwischen den Minima. Abbildung 5 zeigt das erhaltene Beugungsmuster. Wegen der großen Breite ( $1,4\ \text{\AA}$ ) des verwendeten Wellenlängenbandes und wegen geometrischer Beschränkungen sind die Minima zwischen dem Zentralmaximum nullter Ordnung und den beiden Maxima erster Ordnung nicht aufgelöst. Nichtsdestotrotz hat der Abstand zwischen den Maxima höherer Ordnung die erwartete Größenordnung, wie eine Betrachtung an Abbildung 6 verrät. Abbildung 6 ist nichts weiter als eine Vergrößerung von Abbildung 5. Wieder stellt die durchgezogene Linie auch hier die Berechnung aus theoretischen Grundregeln dar.<sup>3</sup>

2 Obwohl die Geometrie unseres Experiments so geartet war, daß innerhalb unserer experimentellen Auflösung die Fraunhofer-Näherung nicht ganz zutraf, möchten wir bemerken, daß die Näherung sicher gut genug ist, um quantitative Abschätzungen zu erlauben.

3 In unserer Originalveröffentlichung wiesen wir auf eine mögliche Abweichung in den Werten für die Spaltbreite hin, die für einen optimalen Ausfall notwendig wären. Insbesondere wich die Neutronenspaltbreite wesentlich von derjenigen ab, die mit anderen Methoden bestimmt wurde. Ein neueres Experiment (Diplomarbeit von M. Tschernitz, Technische Universität München, 1990, unveröffentlicht) deutet auf eine Aufklärung dieser Abweichung hin. Dies wird an anderer Stelle veröffentlicht werden.

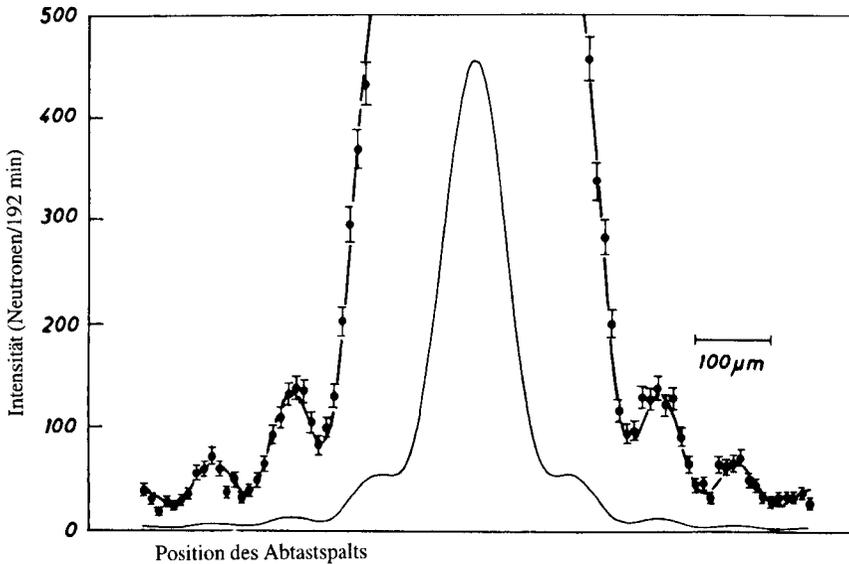


Abb. 6 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung am Einzelspalt mit der Breite  $93\mu\text{m}$  in Vergrößerung, um die Maxima zweiter, dritter und teilweise vierter Ordnung zu zeigen.

In einem weiteren Einzelspaltexperiment wurde die Spaltbreite so gewählt, daß unmittelbar eine exakte Beobachtung der Verbreiterung des Zentralmaximums nullter Ordnung auf Grund von Beugung am Spalt möglich war. Zu diesem Zweck wurde die Spaltbreite auf  $23\mu\text{m}$  verändert. Die Breite des Beugungsmaximums nullter Ordnung kann man wieder auf einfache Weise abschätzen, wenn man bedenkt, daß infolge der Heisenbergschen Unbestimmtheitsrelation jede Ortsbestimmung stets mit einer entsprechenden Impulsunschärfe  $\Delta p \approx h/\Delta x$  verknüpft ist. In unserem Fall folgt aus dem Durchgang durch den Spalt der Breite  $\delta$  eine Impulsunschärfe der Größenordnung  $\Delta p \approx h/\delta$ . Dies wiederum ergibt eine Unschärfe der Ausbreitungsrichtung von

$$\Delta\vartheta \approx \frac{h/\delta}{h/\lambda} = \frac{\lambda}{\delta} = \frac{1,9 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{2,3 \cdot 10^{-5} \text{ m}} = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad}.$$

Nach einer Flugstrecke von 5 m ergibt dies eine mittlere Breite in der räumliche Verteilung der Neutronen in der Größenordnung von

$$\Delta X \approx 5 \text{ m} \cdot 8,3 \cdot 10^{-5} = 415 \mu\text{m}.$$

Offensichtlich können Überlegungen dieser Art nur eine grobe Abschätzung der Größe des Beugungsmusters liefern. Dennoch zeigt eine Betrachtung von Abbildung 7, daß die Halbwertsbreite des Beugungsmaximums nullter Ordnung tatsächlich eben diese Größe hat.

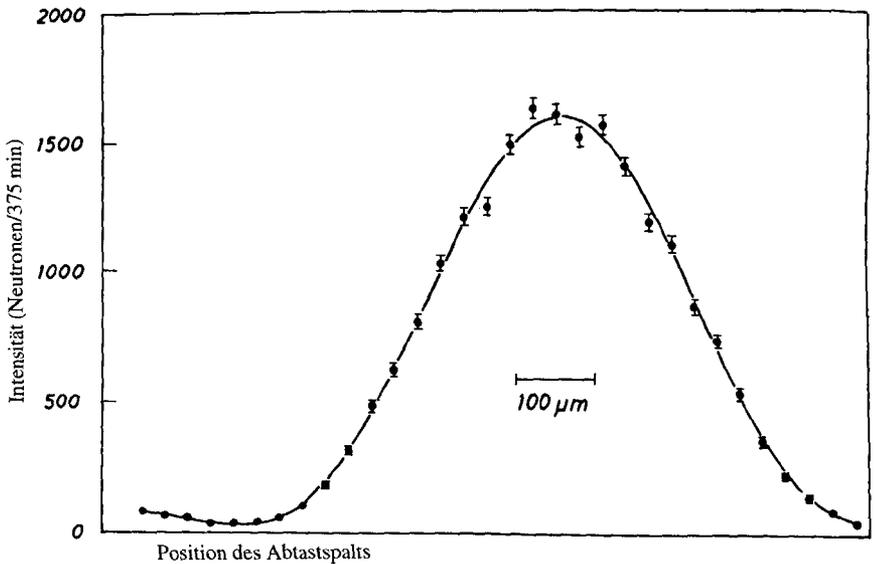


Abb. 7 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung am Einzelspalt mit der Breite  $23\mu\text{m}$ . Man beachte die Verbreiterung des Maximums nullter Ordnung, d.h. den erwarteten Verlust an Impulsschärfe infolge der im Vergleich zum vorigen breiteren Spalt genaueren Ortsbestimmung.

## 5. Beugung am Doppelspalt

Wie zuvor schon angedeutet, wird die Beugung an einer Doppelspaltanordnung in vielen Lehrbüchern als *das* elementare Gedankenexperiment vorgestellt, wenn die Welleneigenschaften von Materie eingeführt werden und insbesondere wenn experimentelle Belege für den Welle-Teilchen-Dualismus diskutiert werden sollen. Es ist daher natürlich eine Herausforderung für einen Experimentator, dieses Experiment im Labor für viele verschiedene Teilchenarten und mit größtmöglicher Präzision in die Tat umzusetzen. Im Laufe der hier vorgestellten Experimente führten wir zwei Versuche über Beugung von Neutronen an Doppelspaltanordnungen durch. Bei beiden ausgeführten Experimenten wurde ein breiter Einzelspalt benutzt, der aus absorbierenden Glaskanten gefertigt war, in deren Zwischenraum ein Draht so angebracht wurde, daß man zwei deutlich voneinander abgesetzte kleinere Spalte erhielt. Die beiden Experimente unterschieden sich im verwendeten Drahtmaterial. In einem Experiment war dies Gold, welches, obwohl es gewöhnlich als starker Absorber für Neutronen angesehen wird, bei der geringen im Experiment benutzten Drahtdicke praktisch transparent war (Absorption nur etwa 5%). Daher wirkt in unserem Fall der Golddraht im wesentlichen wie ein Phasenschieber für die Neutronen, was später noch im einzelnen diskutiert werden wird. Dies steht im Gegensatz zum zweiten Doppelspaltexperiment, über das hier berichtet wird, wo der im breiten Spalt aufgehängte Draht aus Bor bestand. Dieser Draht war für die Neutronen undurchlässig, und damit konnten die Neutronen nur jeweils eine der kleineren Spaltöffnungen passieren, die auf beiden

Seiten des Drahts freigelassen waren. Abbildung 2 zeigt die Spaltanordnung im Querschnitt mit dem zwischen den Spaltkanten aufgehängten Borddraht. Wir möchten betonen, daß beide verwendete Doppelspaltanordnungen makroskopische Ausmaße in dem Sinne hatten, daß man mit dem bloßen Auge leicht zwei deutlich voneinander abgesetzte Spalte unterscheiden konnte, wie eine Betrachtung der in Abbildung 2 angegebenen Abmessungen bestätigt.

Der im ersten Experiment benutzte Golddraht hatte eine Dicke von  $61,4\mu\text{m}$  und war in einem breiten Spalt mit einer Weite von  $108,5\mu\text{m}$  aufgehängt, so daß zwei Spalte von jeweils  $24\mu\text{m}$  Breite offen blieben. Bei der Berechnung des Beugungsmusters dieser Anordnung muß die Phasenverschiebung berücksichtigt werden, die ein Neutron längs der unterschiedlichen Bahnen durch den Golddraht erfährt. Die Phasenverschiebung  $\Delta\chi$  längs einer Bahn der Länge  $\Delta x$  ist mit dem Neutronenbrechungsindex  $n$  verknüpft gemäß

$$\Delta\chi = (n - 1)k \cdot \Delta x,$$

wobei  $k = 2\pi/\lambda$ . Der Neutronenbrechungsindex hängt mit der Streuungskohärenzlänge  $b_c$  der Kerne zusammen [15], und dies führt schließlich auf

$$\Delta\chi = -N\lambda b_c \Delta x,$$

wobei  $N$  die Anzahl der Kerne pro Volumeneinheit ist. In unserem Fall mußte diese Phasenverschiebung längs aller möglichen Bahnen durch den Golddraht berechnet werden, und danach wurden die Amplituden für die einzelnen Bahnen unter Berücksichtigung der kleinen Absorption im Draht kohärent addiert. Um die Größenordnung der betreffenden Phasenverschiebungen anzudeuten, merken wir an, daß für die in unserem Experiment benutzten Wellenlängen ein Neutronendurchgang durch  $4,8\mu\text{m}$

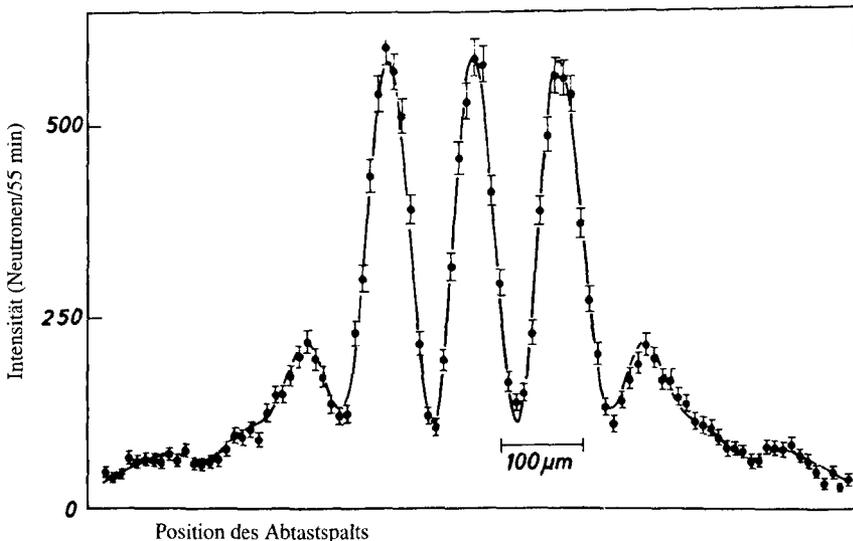


Abb. 8 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung an einem Doppelspalt, wobei ein fast transparenter Golddraht zur Festlegung der beiden Spalte diente.

Gold zu einer Phasenverschiebung von  $2\pi$  führt. Die Wellenlängenverteilung der Neutronen in diesem Experiment stimmte mit der bei den Einzelspaltexperimenten benutzten überein. Abbildung 8 stellt die experimentellen Ergebnisse zusammen mit den theoretisch berechneten dar. Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet, wobei für die Streukohärenzlänge von Gold zwecks optimaler Anpassung ein Wert von  $b_c = 0,757$  fm eingesetzt wurde, was innerhalb des experimentellen Fehlers in Einklang mit dem empfohlenen Bestwert von  $b_c = 0,763 \pm 0,006$  fm ist [16].

Im Gegensatz zum gerade behandelten Experiment mußte die Analyse des Doppelspaltexperiments mit dem Bor-Draht keine Neutronen berücksichtigen, die durch den Draht hindurchgingen. Der Grund hierfür war die Undurchlässigkeit des Bor-Drahtes für die verwendeten Wellenlängen. In diesem Experiment betrug die mittlere Neutronenwellenlänge  $18,45 \text{ \AA}$ . Wegen der Schwierigkeiten, den Bor-Draht exakt zentriert anzubringen, waren die beiden sich ergebenden Spalte ein wenig voneinander verschieden, nämlich  $21,5$  bzw.  $22,3 \mu\text{m}$ ; getrennt wurden sie von einem  $104,1 \mu\text{m}$  breiten undurchdringlichen Steg. Aus Gründen der Meßzeitbeschränkung am ILL-Hochflußreaktor mußte die Wellenlängenbandbreite  $2,8 \text{ \AA}$  betragen, die damit beträchtlich größer ist als die in den früheren Experimenten benutzte. Abbildung 9 zeigt wieder die experimentellen Ergebnisse in Gegenüberstellung mit der elementaren theoretischen Berechnung. Die Asymmetrie des Beugungsmusters kann vollständig aus den unterschiedlichen Spaltbreiten erklärt werden. Hier kann man ein weiteres Mal in einfacher Weise die zu erwartende geometrische Gestalt des Beugungsmusters diskutieren. Zunächst sollte die Umrißkurve der Breite des Beugungsmuster des Einzelspalts von Abbildung 7 entsprechen, da die einzelnen Spalte dort näherungsweise die gleiche

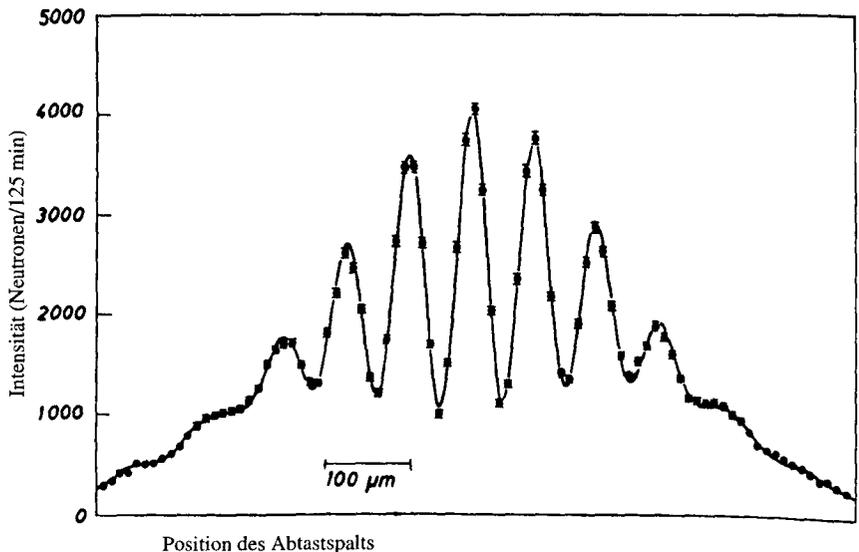


Abb. 9 Gemessene Neutronenverteilung nach Beugung an einem Doppelspalt, wobei ein Bor-Draht zur Festlegung der beiden Einzelspalte benutzt wurde. Der Bor-Draht war für die im Experiment benutzten Neutronen undurchlässig. Nach wie vor stellt auch hier die durchgezogene Linie das Ergebnis der elementaren theoretischen Berechnung dar.

Breite hatten. Zweitens kann man eine einfache Abschätzung für den zu erwartenden Abstand zwischen den Doppelspalt-Interferenzlinien angeben. Innerhalb der Fraunhoferschen Näherung beträgt der Winkelabstand zwischen zwei benachbarten Maxima für kleine Beugungswinkel

$$\Delta\vartheta \approx \frac{\lambda}{d} = \frac{1,85 \cdot 10^{-9}}{1,26 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad.}$$

Hierin ist  $d$  der Spaltmittenabstand zwischen den beiden Beugungsspalten. Nach einer Flugstrecke von 5 m Länge überträgt sich dies nun auf einen Ortsabstand von  $75 \mu\text{m}$  zwischen den Maxima. Eine Betrachtung von Abbildung 9 zeigt abermals, daß diese beiden Abschätzungen mit dem Experiment in Übereinstimmung sind.

Schließlich verdient noch der Umstand eine Erörterung, daß das Beugungsmuster in Abbildung 9 nicht zu 100 % moduliert ist. Einerseits kann diese Beobachtung durch die Breite des hier benutzten Wellenlängenbandes erklärt werden. Unter Verwendung der oben angegebenen Werte ergab sich die Kohärenzlänge  $L_c = \lambda^2/\Delta\lambda$  unseres Neutronenstrahls zu 12 nm. Daraus folgt, daß im Interferenzmuster etwa  $n = L_c/\lambda = \lambda/\Delta\lambda \approx 7$  Interferenzmaxima erkennbar sein sollten, bevor die Interferenzen aufhören.<sup>4</sup> Auch dies ist in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Andererseits wäre die Modulation des Doppelspaltmusters auch bei einem unendlich dünnen Wellenlängenband nicht 100prozentig, weil die Muster der getrennten Einzelspalte bei Spalten von gleicher Breite auf dem Beobachtungsschirm nicht zusammenfallen. Daher wäre eine 100prozentige Modulation nur im Fraunhoferschen Grenzfall und nur mit einer rein monochromatischen Strahlung zu erreichen.<sup>5</sup>

## 6. Schlußbemerkungen

Trotz der engen Intensitätsgrenzen, die auf die niedrige Strahlungsstärke auch einer Hochfluß-Neutronenquelle zurückgehen, wurden sämtliche Anfängerlehrbuch-Experimente, die man in der Optik mit Licht kennt, inzwischen auch mit Neutronen ausge-

4 Man sollte hier betonen, daß die Kohärenzlänge nicht mit der Länge des Neutron-Wellenpaketes verwechselt werden darf. Die Kohärenzlänge ist streng operational durch die optische Wegdifferenz definiert, wenn die Interferenzstreifen verschwinden oder, etwas praktischer gesagt, wenn der Interferenzstreifenkontrast auf einen bestimmten Bruchteil, etwa 1/2 oder 1/e seines Höchstwertes zurückgeht. Die Kohärenzlänge ist daher nur eine Funktion der Wellenlängenverteilung im Strahl, und sie ändert sich nicht während der Ausbreitung durch den freien Raum. Im Gegensatz dazu hängt die Länge des Wellenpaketes auch von den relativen Phasen zwischen verschiedenen Wellenlängenkomponenten ab und ist deshalb keine Konstante, wie durch das bekannte Auseinanderlaufen von Wellenpaketen belegt wird. Man kann leicht abschätzen, daß in unserem Experiment ein Wellenpaket, das mit minimaler Größe, z. B. der Kohärenzlänge auf der Eingangsseite der Apparatur losläuft, sich an ihrem Ende auf eine Länge in der Größenordnung von 1 m auseinandergezogen hätte. Uns ist kein Experiment bekannt, das unmittelbar die Länge eines Wellenpaketes und nicht einfach die Kohärenzlänge gemessen hätte. Eine Diskussion dieser Fragen findet man bei [17].

5 In unserem Experiment führte die Erddrehung zu einer Abweichung im beobachteten Interferenzmuster auf Grund der Wirkung einer Corioliskraft bzw. quantenmechanisch auf Grund des Sagnac-Effekts. Da diese Abweichung eine Funktion der Neutronenwellenlänge ist, führt sie ferner zu einer Verringerung des Interferenzkontrasts, wenn nichtmonochromatische Strahlung benutzt wird. In unserem Fall war die mittlere Abweichung in der Größenordnung von  $13 \mu\text{m}$  und ihre Auswirkung auf den Interferenzkontrast zu einer Beobachtung einfach zu klein.

führt. Obwohl Welleneigenschaften schon in den Dreißigern für Atome bestätigt worden sind, könnte man anmerken, daß Neutronen heute die schwersten Teilchen sind, für die exakte Vergleiche zwischen Experiment und Theorie ihrer de-Broglie-Welleneigenschaften durchgeführt wurden.

Wie gerade eben schon erwähnt wurde, beinhaltet die niedrige Intensität auch einige interessante Gesichtspunkte. Beispielsweise offenbart eine nähere Betrachtung von Abbildung 9, daß die höchste gemessene Intensität etwa 1 Neutron pro s war. Man könnte dies im Vergleich mit der Zeit sehen, die die Neutronen brauchen, um die Entfernung zwischen dem Kernreaktor und dem Neutronendetektor zu durchlaufen, und die eine Größenordnung von 0,1 s hat. Berücksichtigt man, daß die Diffusionszeiten der Neutronen innerhalb des Kernreaktors sogar noch kleiner sind, so kann man sehr wohl einfach ausgedrückt sagen, daß in der Regel, während ein Neutron gerade registriert wird, das nächste zu zählende Neutron noch an seinen Urankern gebunden ist.

Experimente der Art, wie sie hier vorgestellt werden, liefern darüber hinaus detaillierte Bestätigungen für Quantenmechanik in experimentellen Situationen, die einfach genug sind, um eine sehr geradlinige Analyse ohne die Notwendigkeit irgendwelcher zusätzlicher Annahmen zuzulassen, die so oft in der Experimentalphysik noch gebraucht werden, auch wenn man es nicht zugibt. Die Experimente liefern also Beweise gegen mögliche hypothetische Alternativen der Quantenmechanik. Solche Alternativen werden von einer steigenden Zahl unserer Kollegen aus der Theoretischen Physik verlangt, die auf dem Gebiet der quantenmechanischen Grundlagen arbeiten. Allgemein ist das Bestreben dabei, das berühmte Meßproblem der Quantenmechanik zu lösen, das, wie es im Katzenparadoxon von Schrödinger zum Ausdruck kommt, als die Frage formuliert werden kann, warum keine Quantenüberlagerungen zwischen verschiedenen Zuständen von makroskopischen Objekten in der Natur beobachtet werden. Für den Experimentalisten läßt sich dies in ein herausforderndes Forschungsprogramm übersetzen, Quanteninterferenzeffekte für zunehmend größere Objekte und mit hoher Genauigkeit aufzuzeigen. Wir hoffen, nicht allzu unbescheiden zu sein, wenn wir unsere Experimente als einen weiteren Schritt auf diesem Weg ansehen.

### Danksagung

Die hier vorgestellten Experimente wären nicht möglich gewesen ohne die Zugänglichkeit der Quelle für kalte Neutronen am Laue-Langevin-Institut (ILL) in Grenoble. Wir möchten uns bei der Leitung und den Mitarbeitern des ILL für ihre ständige Unterstützung bedanken. Ferner möchten wir dankbar die Zusammenarbeit mit unseren Kollegen A.G. Klein in Melbourne, W. Mampe am ILL, C.G. Shull am MIT und W. Treimer in Berlin hervorheben. Finanzielle Mittel erhielten wir vom Österreichischen Fond zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung unter den Projekten Nr. P6635 T und S 42–01, vom Bundesministerium für Forschung und Technologie (Bonn) und von der US National Science Foundation (Bewilligungsnummern DMR 87–13559 und INT 87–13341).

(Anschriften der Autoren: Roland Gähler, Physikdepartment E21, Technische Universität München, D-85748 Garching, Deutschland, und Anton Zeilinger, Institut für Experimentalphysik, Universität Innsbruck, Technikerstraße 25, A-6020 Innsbruck, Österreich, und Atominstytut der Österreichischen Universitäten, Schüttelstraße 115, A-1020 Wien, Österreich)

Anschrift des Übersetzers: Georg Theysohn, Leibniz-Gymnasium Pirmasens, 66953 Pirmasens)

Eingangsdatum: 22. 12. 1992

## Literatur

- [1] Davisson, C.J. und Germer, L.H.: Diffraction of electrons by a crystal of nickel. In: *Phys. Rev.* 30 (1927), S.705–740
- [2] Gehrenbeck, Richard K.: Electron diffraction: Fifty years ago. In: *Physics Today* 31, 1 (1978), S.34–41
- [3] Gähler, R., Klein, G. und Zeilinger, A.: Neutron optical tests of nonlinear wave mechanics. In: *Phys. Rev. A* 23 (1981), S.1611–1617;  
Zeilinger, A., Gähler, R., Shull, C.G., Treimer, W. und Mampe, W.: Single- and double-slit diffraction of neutrons. In: *Rev. Mod. Phys.* 60 (1988), S.1067–1073
- [4] Möllenstedt, G. und Lichte, H.: Electron interferometry. In: Bonse, U. und Rauch, H. (Hrsg.): *Neutron interferometry*. Oxford: Clarendon 1979, S.363–388
- [5] Möllenstedt, G. und Jönsson, Cl.: Elektronen- Mehrfachinterferenzen an regelmäßig hergestellten Feinspalten. In: *Z. Phys.* 155 (1959), S.472–474;  
Jönsson, Cl.: Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten. In: *Z. Phys.* 161 (1961), S.454–474;  
Jönsson, Cl.: Electron diffraction at multiple slits. In: *Am. J. Phys.* 42 (1974), S.4–11;  
Möllenstedt, G.: Some remarks on the quantum mechanics of the electron. In: *Physica B* 151 (1988), S.201–205
- [6] Gilson, Gr.: Demonstration of two-slit electron interference. In: *Am. J. Phys.* 57 (1989), S.680
- [7] Donati, O., Missiroli, G.F. und Pozzi, G.: An experiment on electron interference. In: *Am. J. Phys.* 41 (1973), S.639–644;  
Merli, P.G., Missiroli, G.F. und Pozzi, G.: On statistical aspects of electron interference phenomena. In: *Am. J. Phys.* 44 (1976), S.306–307;  
Matteucci, G. und Pozzi, G.: Two further experiments on electron interference. In: *Am. J. Phys.* 46 (1978), S.619–623;  
Matteucci, G., Missiroli, G.F. und Pozzi, G.: Electron interferometry und holography of electrostatic fields: Fundamental and applicative aspects. In: *Physica B* (1988), S.223–229;  
Tonomura, Akira: Applications of electron holography. In: *Rev. Mod. Phys.* 59 (1987), S.639–669;  
Tonomura, A., Endo, J., Matsuda, T. und Kawasaki, T.: Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. In: *Am. J. Phys.* 57 (1989), S.117–120
- [8] Rauch, H., Treimer, W. und Bonse, U.: Test of a single-crystal neutron interferometer. In: *Phys. Lett. A* 47 (1974), S.369–371;  
Bonse, U. und Rauch, H. (Hrsg.): *Neutron interferometry*. Oxford: Clarendon 1979
- [9] Greenberger, Daniel M.: The neutron interferometer as a device for illustrating the strange behavior of quantum systems. In: *Rev. Mod. Phys.* 55 (1983), S.875–905;  
Badurek, G., Rauch, H. und Zeilinger, A.: Matter wave interferometry, Proceedings of an International Workshop, Wien 1987. In: *Physica B* 151 (1988), S.1–400
- [10] Rinard, Philip M.: Large scale diffraction patterns from circular objects. In: *Am. J. Phys.* 44 (1974), S.70–76
- [11] Squires, G.L.: *Introduction to the Theory of Thermal Neutron Scattering*. New York: Cambridge U.P. 1981
- [12] Born, M. und Wolf, E.: *Principles of Optics*. Oxford: Pergamon, 6. Ausgabe 1981, S.433
- [13] Born, M. und Wolf, E.: *Principles of Optics*. Oxford: Pergamon, 6. Ausgabe 1981, S.375
- [14] Drahos, V. und Komrska, J.: Out of focus images of spherical particles. In: Paty, L. (Hrsg.): *Fourth Czechoslovak Conference on Electronics and Vacuum Physics*. Prag: NCSAV 1968, S.544–548;  
Komrska, Jiri: Scalar diffraction theory in electron optics. In: *Advances in Electronics and Electron Physics*. New York: Academic 1971, S.139–234;  
Matteucci, G.: Electron wavelike behaviour: A historical and experimental introduction. In: *Am. J. Phys.* 58 (1990), S.1143–1147
- [15] Rauch, H.: Scope of neutron interferometry. In: Bonse, U. und Rauch, H. (Hrsg.): *Neutron Interferometry*. London: Oxford U.P. 1979, S.161–194

- [16] Köster, L. und Rauch, H.: Summary of neutron scattering lengths. In: At. Data Nucl. Data Tables (in Druck)
- [17] Kaiser, H., Werner, S.A. und George, E.A.: Direct measurement of the longitudinal coherence length of a thermal neutron beam. In: Phys. Rev. Lett. 50 (1983), S.560–563;  
Klein, A.G., Opat, G.I. und Hamilton, W.A.: Longitudinal coherence in neutron interferometry. In: Phys. Rev. Lett. 50 (1983), S.563–565;  
Comsa, G.: Comment on: Direct measurement of the longitudinal coherence length of a thermal neutron beam. In: Phys. Rev. Lett. 51 (1983), S.1105;  
Kaiser, H., Werner, S.A. und George, E.A.: Reply to Comsa's comment. In: Phys. Rev. Lett. 51 (1983), S.1106;  
Bernstein, H.J. und Low, F.E.: Measurement of longitudinal coherence lengths in particle beams. In: Phys. Rev. Lett. 59 (1987), S.951–953

**Hinweis für unsere Autoren:**

Falls Sie Ihre Beiträge auf PC erfassen, wäre es schön, wenn Sie Ihren Manuskripten eine Text-Diskette beilegen. Dies kann eine 3 1/2-, eine 5 1/4-Zoll-Diskette oder eine SyQuest sein.

Wir verarbeiten alle DOS- und MAC-Formate, die gängigen DTP-Programme sowie Dokumente aus Freehand, Illustrator und CorelDraw. Darüberhinaus können Sie alle Bilder/Zeichnungen/Illustrationen als EPS- oder TIFF-Files ablegen.

Bitte geben Sie uns an, auf welchem Rechner und mit welchen Programmen Sie gearbeitet haben.